

# Étudier le mouvement des satellites.

## I. Mouvement circulaire des planètes et des satellites

On étudie le mouvement du centre  $P$  d'une planète de masse  $m_p$  autour du Soleil de centre  $S$  de masse  $M_S$  dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen.

Dans ce cas, une seule force  $\vec{f}_{S/P}$  s'exerce sur le système:

$$\begin{aligned}\vec{f}_{S/P} &= m_p \times \vec{a}_P \\ &= G \times \frac{M_S \times m_p}{d^2} \vec{u}\end{aligned}$$

avec  $\vec{u}$  vecteur unitaire allant de  $P$  à  $S$ ,  $G$  la constante gravitationnelle et  $d$  la distance entre  $P$  et  $S$ .

En appliquant la deuxième loi de Newton, on a:

$$\begin{aligned}\vec{a}_P &= G \times \frac{M_S}{d^2} \vec{u} \\ &= \frac{G \times M_S}{d^2} \vec{N}\end{aligned}$$

### A) Mouvement circulaire uniforme

Comme la trajectoire décrite est un cercle, on se place dans un repère de Frenet centré sur  $P$ , alors:

$$\vec{a}_P = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{d} \vec{N}$$

Or  $\vec{a}_P$  est centripète, donc  $\frac{dv}{dt}$  est nul,  $\Rightarrow \frac{d\vec{t}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow v = \text{constante}$ .

Ainsi:

$$\vec{a}_P = \frac{v^2}{d} \vec{N}$$

### B) Expression de la vitesse

On a:

$$v = \sqrt{G \frac{M_S}{d}}$$

### C) Période de révolution

**Définition :** La période de révolution  $T$  (en s) d'une planète autour du Soleil est la durée que met la planète pour faire un tour soit :  $2\pi r$ .

On a :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_s}}$$

## II. Les satellites géostationnaires

Un satellite géostationnaire est immobile dans le référentiel terrestre, il reste à la verticale du même point du globe.

Dans le référentiel géocentrique :

- Son orbite est circulaire et est dans le plan équatorial de la terre.
- Sa période de révolution est de 86 164 s (un jour sidéral) et le satellite tourne dans le même sens que la Terre.

Il existe aussi les satellites dits géosynchrones, i.e., qu'ils reviennent chaque jour à la même position que la Terre. Cela se produit si le satellite est à une certaine altitude et si sa période est de 86 164 s.

## III - Lois de Kepler

### A) Loi des orbites - 1ère loi de Kepler

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'une planète est une ellipse dont l'un des foyers est le centre du soleil  $S$ .

### B) Loi des aires - 2ème loi de Kepler

Le rayon-vecteur reliant le centre d'une planète au centre du soleil balaie des aires égales pendant des durées égales.

Ainsi: Une planète  $P$  a une vitesse plus grande lorsqu'elle est proche du soleil, et une vitesse plus faible lorsqu'elle est éloignée du soleil.

La vitesse de la planète  $P$  est donc maximale à la périhélie (distance minimale entre  $P$  et  $S$ ) et minimale à l'aphélie (distance maximale entre  $P$  et  $S$ ).

### C) Loi des périodes - 3ème loi de Kepler

Dans le référentiel héliocentrique, on a:

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

où  $k$  est une constante, et  $a$  le demi-grand axe de l'ellipse.